

A beleza matemática da criptografia

Marcel de Sena Dall'Agnol

Como construir cripto?

(Não precisa de computador!)

Como construir cripto?

(Não precisa de computador!)

Objetivos (*threat modeling*):

- Confidencialidade
- Autenticação
- Integridade
- . . .

Como construir cripto?

(Não precisa de computador!)

Objetivos (*threat modeling*):

- Confidencialidade
- Autenticação
- Integridade
- ...

Um componente básico: operação fácil de fazer, mas difícil de desfazer sem uma "chave".

Cifra de César

GENERAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HENERAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFNERAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOERAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFRAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, BTAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, **BU**AQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, BUBQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, BUBRUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, BUBRVE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, BUBRVF AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

HFOFSBM, BUBRVF BNBOIB B
NFJB OPJUF.

Cifra de César

HFOFSBM, BUBRVF BNBOIB B
NFJB OPJUF.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A

Cifra de César

GENERAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de César

KIRIVEP, EXEUYI EQERLE E QIME
RSMXI.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D

Cifra de Substituição

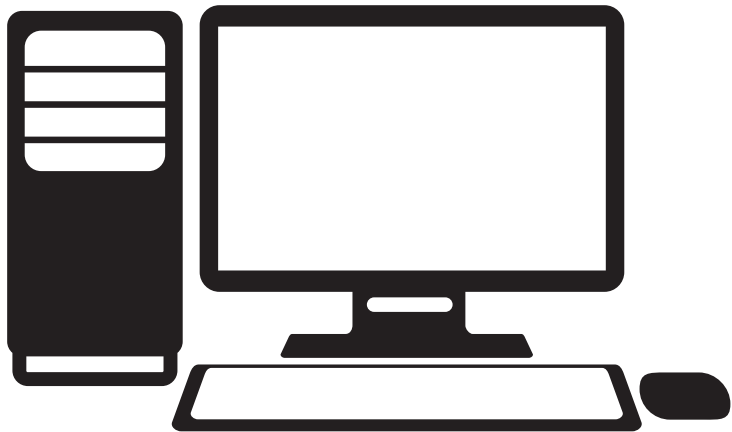
GENERAL, ATAQUE AMANHÃ À
MEIA NOITE.

Cifra de Substituição

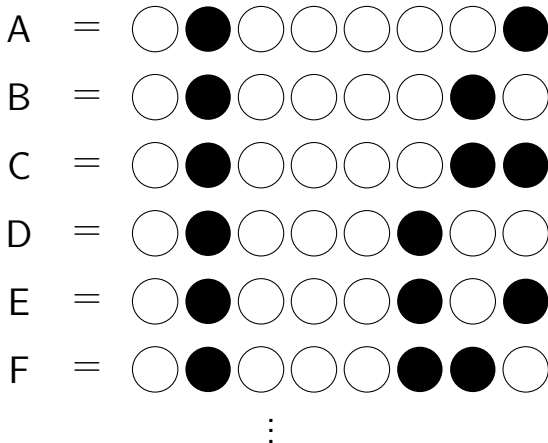
□∅▽∅#⊥■,
 ⊥⊖⊥⊗⊕∅ ⊥∩∅⊥⊗⊖∅.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
⊥	♣	♠	§	∅	★	□	△	∃	◇	♥	■	Γ
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
▽	¬	▼	∇	#	≡	⊖	Ω	Π	⋈	∩	∩	∠

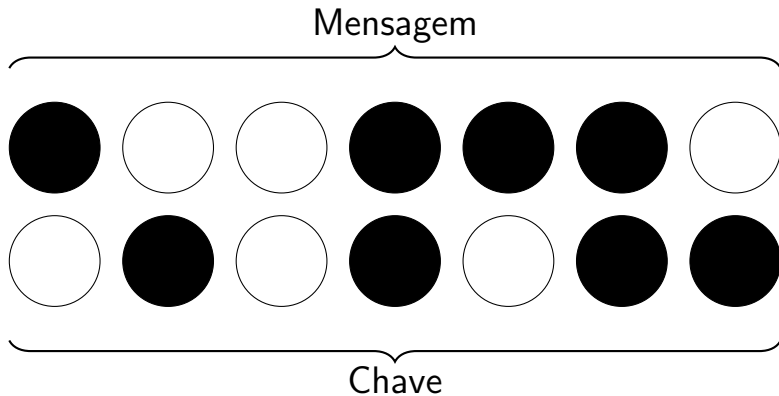
O que significa "difícil"?



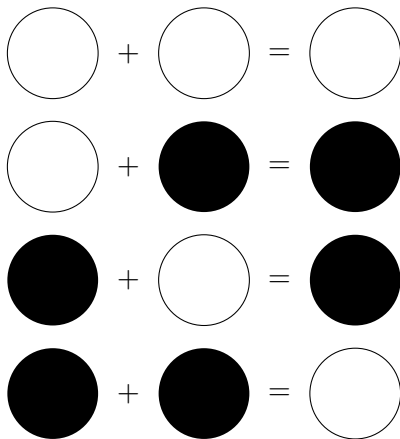
Codificação binária



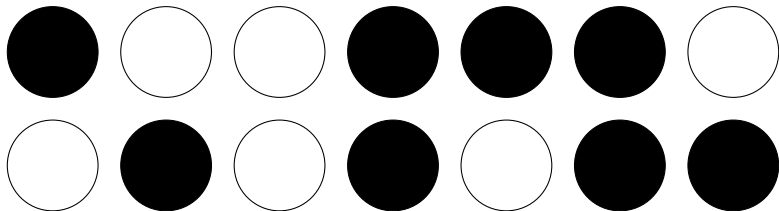
One-Time Pad (OTP)



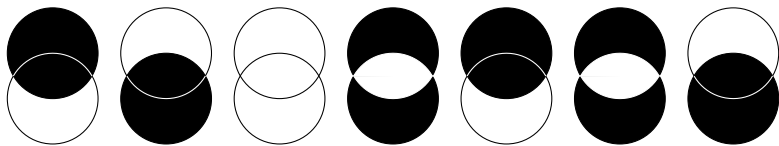
XOR



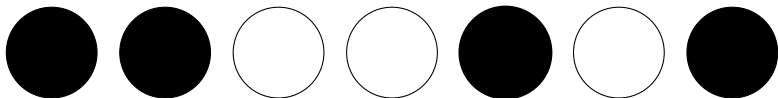
One-Time Pad (OTP)



One-Time Pad (OTP)

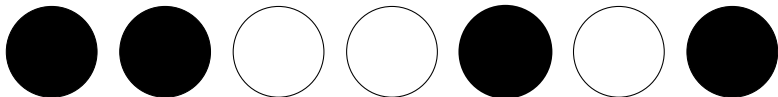


One-Time Pad (OTP)



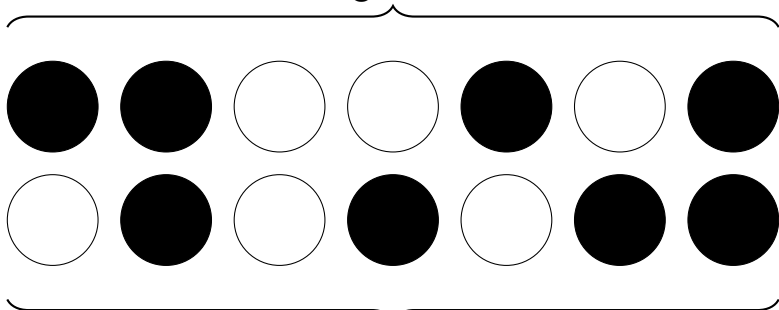
One-Time Pad (OTP)

Mensagem cifrada

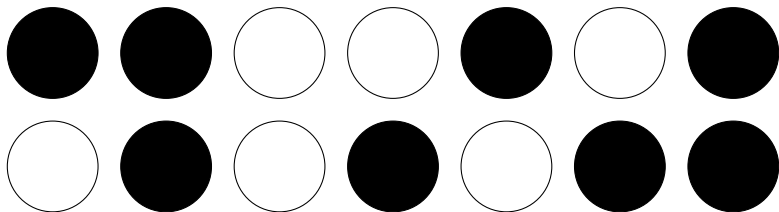


One-Time Pad (OTP)

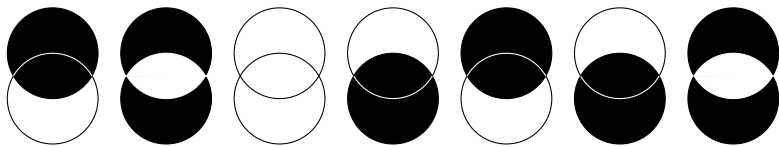
Mensagem cifrada



One-Time Pad (OTP)



One-Time Pad (OTP)



One-Time Pad (OTP)

Mensagem (decifrada)



Busca linear

Ana



Catarina

Jonas

Paula

Marco

Ana

Busca linear

Ana



Catarina

Jonas

Paula

Marco

Ana

Busca linear

Ana



Catarina

Jonas

Paula

Marco

Ana

Busca linear

Ana



Catarina

Jonas

Paula

Marco

Ana

Busca linear

Ana



Catarina

Jonas

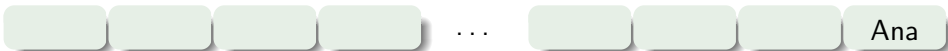
Paula

Marco

Ana

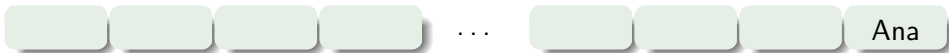
Busca linear

Ana



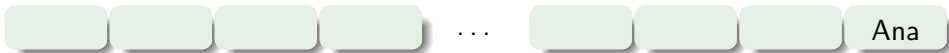
Busca linear

Ana



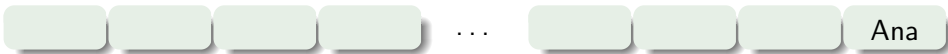
Busca linear

Ana



Busca linear

Ana



Busca linear

Ana



Ana

Busca linear

Ana



Ana

Busca linear

Ana



Ana

Busca linear

Ana



Ana

Como construir cripto?

Criptografia moderna

Algoritmos

Computação quântica

Referências

Computadores

OTP

Complexidade algorítmica

Busca linear



Ordenação (Bubble sort)



Catarina



Jonas

Paula

Marco

Ana

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Jonas

Paula

Marco

Ana

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Jonas

Paula

Marco

Ana

Ordenação (Bubble sort)

Catarina

Jonas

Marco

Paula

Ana



Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Jonas

Marco

Ana

Paula

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Jonas

Marco

Ana

Paula

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Jonas

Marco

Ana

Paula

Ordenação (Bubble sort)

Catarina

Jonas

Ana

↓
Marco

↓
Paula

Ordenação (Bubble sort)



Catarina



Jonas

Ana

Marco

Paula

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Jonas

Ana

Marco

Paula

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Ana

Jonas

Marco

Paula

Ordenação (Bubble sort)

Catarina

Ana

Jonas

↓
Marco

↓
Paula

Ordenação (Bubble sort)



Catarina

Ana

Jonas

Marco

Paula

Ordenação (Bubble sort)



Ana

Catarina

Jonas

Marco

Paula

Ordenação (Bubble sort)

Ana

Catarina

Jonas

Marco

Paula



Ordenação (Bubble sort)

Ana

Catarina

Jonas

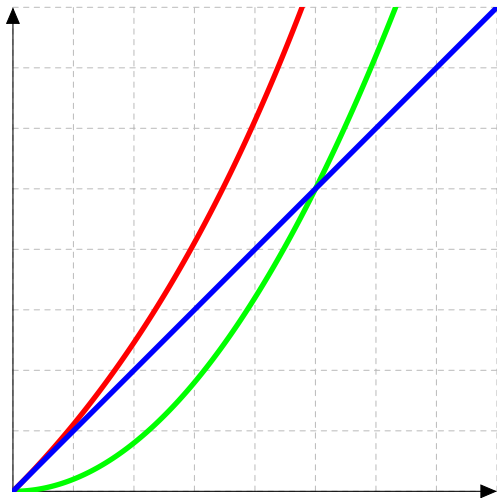
↓
Marco

↓
Paula

Ordenação (Bubble sort)

$$\approx x^2$$

Complexidade algorítmica

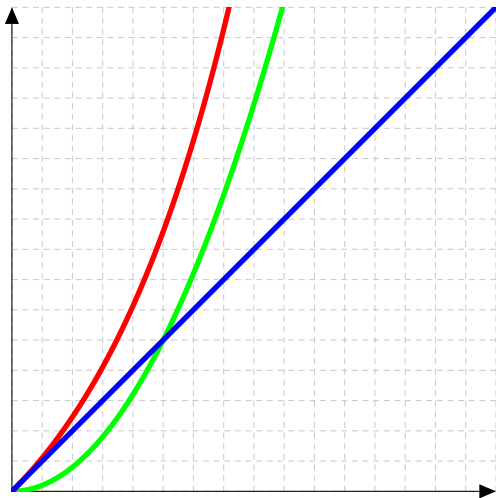


x

x^2

e^x

Complexidade algorítmica



x

x^2

e^x

Como construir cripto?

Criptografia moderna

Algoritmos

Computação quântica

Referências

Computadores

OTP

Complexidade algorítmica

Complexidade Algorítmica



Como construir cripto?

Criptografia moderna

Algoritmos

Computação quântica

Referências

Computadores

OTP

Complexidade algorítmica

Complexidade Algorítmica

$$x^2$$

Como construir cripto?

Criptografia moderna

Algoritmos

Computação quântica

Referências

Computadores

OTP

Complexidade algorítmica

Complexidade Algorítmica

$$x^{10}$$

Como construir cripto?

Criptografia moderna

Algoritmos

Computação quântica

Referências

Computadores

OTP

Complexidade algorítmica

Complexidade Algorítmica

$X^{7449279}$

Como construir cripto?

Criptografia moderna

Algoritmos

Computação quântica

Referências

Computadores

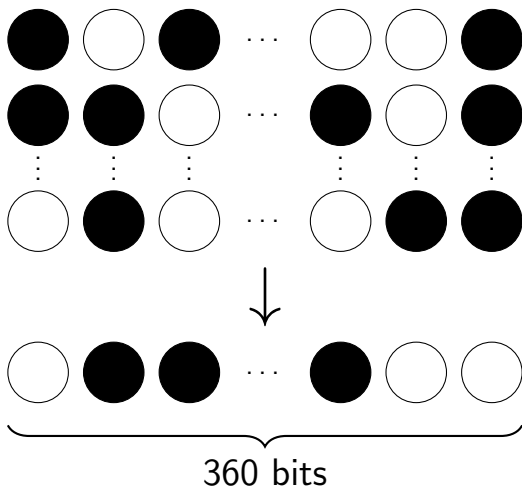
OTP

Complexidade algorítmica

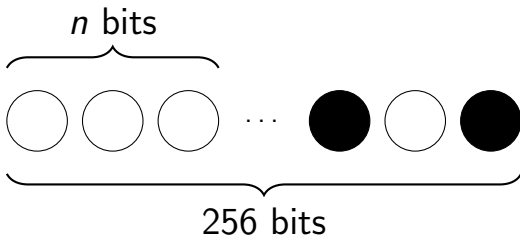
Complexidade Algorítmica

e^x

Pré-imagem de Hash



Pré-imagem de Hash



Pré-imagem de Hash

$$\approx 2^{360}$$

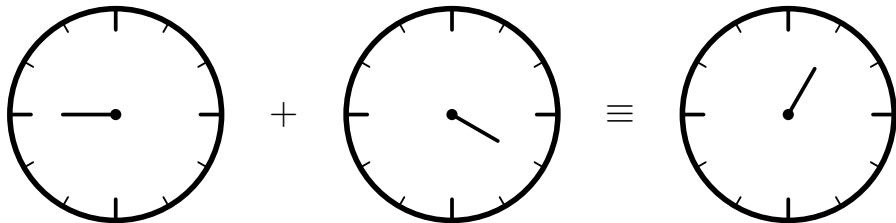
Pré-imagem de Hash

$$\underbrace{10^{80}}_{\substack{\text{Átomos no} \\ \text{universo}}} \times \underbrace{10^{10}}_{10 \text{ GHz}} \times \underbrace{4,4 \cdot 10^{17}}_{\text{Idade do universo}}$$

$$\approx 2^{358}$$

P vs. NP

Aritmética módulo p



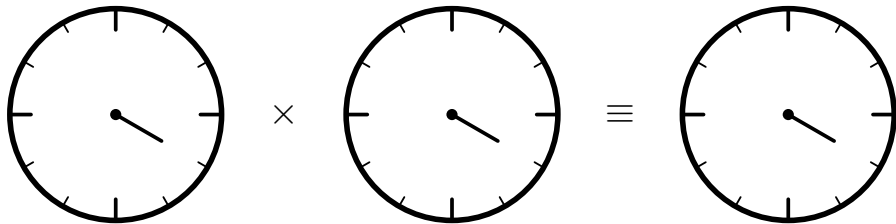
Aritmética módulo p

$$9 + 4 \equiv 13 \pmod{12}$$

Aritmética módulo p

$$9 + 4 \equiv 1 \pmod{12}$$

Aritmética módulo p



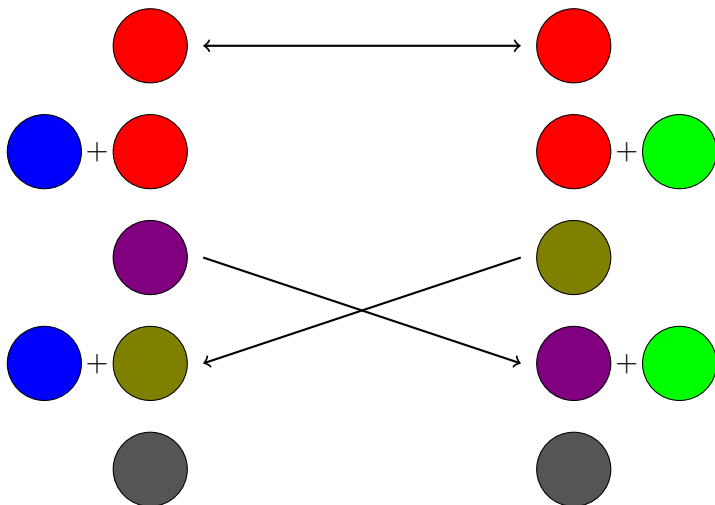
Aritmética módulo p

$$4 \times 4 \equiv 16 \pmod{12}$$

Aritmética módulo p

$$4 \times 4 \equiv 4 \pmod{12}$$

Diffie-Hellman



Diffie-Hellman

$$p, g \longleftrightarrow p, g$$

$$g^a \pmod{p} \qquad g^b \pmod{p}$$

$$(g^b)^a \pmod{p} \qquad (g^a)^b \pmod{p}$$

RSA

p, q

\vdots

$$n = pq$$

$$d = \dots \longrightarrow n, e$$

$$e = \dots$$

$$M^{de} \equiv M \pmod{n}$$

RSA

$$M^e \pmod{n}$$

$$(M^e)^d \pmod{n}$$



Difícil?

Diffie-Hellman

Dados g , p e H ,
encontre a tal que
 $g^a \equiv H \pmod{p}$.

RSA

Dado n , encontre
 p e q tais que
 $n = pq$.

Difícil?

Logaritmo discreto

Dados g , p e H ,
encontre a tal que
 $g^a \equiv H \pmod{p}$.

Fatoração

Dado n , encontre
 p e q tais que
 $n = pq$.

Computação e criptografia quântica

Quebra DH, RSA, ECC...

Computação e criptografia quântica

Quebra DH, RSA, ECC...

Simétrica: BB84 + reconciliação + amplificação

Assimétrica e autenticação: Ring-LWE (NP-completo), NTRU

Computação e criptografia quântica

Quebra DH, RSA, ECC...

Simétrica: BB84 + reconciliação + amplificação

Assimétrica e autenticação: Ring-LWE (NP-completo), NTRU

Computação e criptografia quântica

Quebra DH, RSA, ECC...

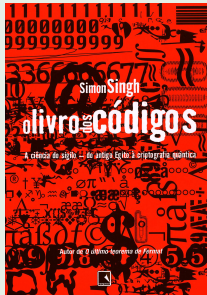
Simétrica: BB84 + reconciliação + amplificação
Assimétrica e autenticação: Ring-LWE (NP-completo), NTRU

Supremacia quântica?

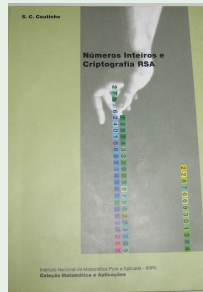
Apelo



Referências

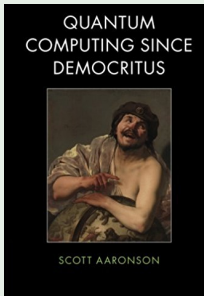


O Livro dos Códigos
Simon Singh



Números Inteiros e Criptografia RSA
Severino Collier Coutinho

Referências

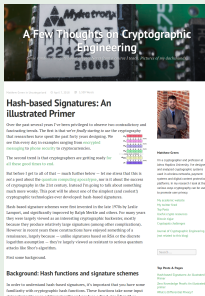


Quantum Computing Since
Democritus
Scott Aaronson



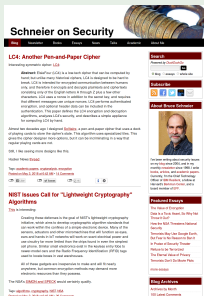
Shtetl-Optimized
Scott Aaronson

Referências



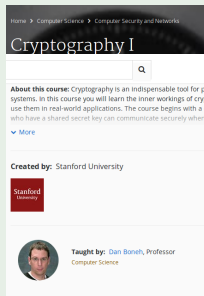
A Few Thoughts on Cryptographic Engineering Matthew Green

Referências



The screenshot shows the Schneier on Security website. At the top, there's a navigation bar with links for Home, Archives, Books, Events, News, and Links. Below the navigation bar is a featured article titled "LC4: Another Pen-and-Paper Cipher" with a sub-headline "Introducing another LC4". The article text discusses the LC4 cipher, its history, and its implementation. To the right of the article is a sidebar with a "Follow Bruce Schneier" section featuring a profile picture and a "Featured Essays" section with links to "The Man in Orange" and "How to Stop Russia for Real".

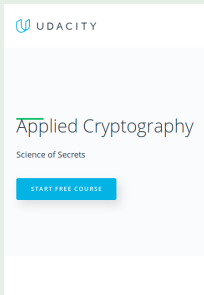
Schneier on Security
Bruce Schneier



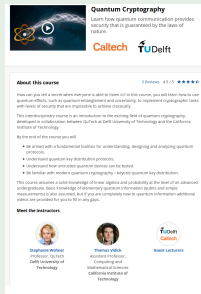
The screenshot shows the "Cryptography I" course page from Stanford University. The page has a dark header with the course title "Cryptography I" and a search bar. Below the header is a paragraph describing the course: "About this course: Cryptography is an indispensable tool for many systems. In this course you will learn the inner workings of cryptosystems in real-world applications. The course begins with a discussion of how a shared secret key can communicate securely when..." There is a "More" link below the paragraph. The page also features the Stanford University logo and a "Created by: Stanford University" section. At the bottom, there is a profile picture of Dan Boneh and the text "Taught by: Dan Boneh, Professor Computer Science".

Cryptography I
Dan Boneh

Referências



Applied Cryptography
Dave Evans



Quantum Cryptography
Stephanie Wehner e Thomas Vidick

Referências

Sites:

<https://www.scottaaronson.com/blog/>

<https://blog.cryptographyengineering.com/>

<https://www.schneier.com/>

<https://www.coursera.org/learn/crypto>

<https://udacity.com/course/applied-cryptography--cs387>

<https://www.edx.org/course/quantum-cryptography-caltechx-delftx-qucryptox-0>

Referências

Imagens:

<https://www.vectorportal.com/stockvectors/Technology/desktop-personal-computer-vector/12976.aspx>

<https://bitcoin.org/img/icons/logotop.svg>

<https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/819HiREnxsL.jpg>

<https://www.publicdomainpictures.net/view-image.php?image=76327>